

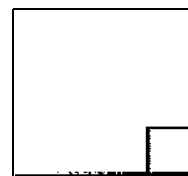
Nellie VERHOEF, Enschede, Niederlande

Professionelle Entwicklung durch Aktionsforschung im Mathematikunterricht

Der niederländische Mathematikunterricht in den mit Gymnasium und Realschule vergleichbaren Schulformen wird innerhalb der Niederlande viel kritisiert: der Überfluss an kontextgebundenen Beispielen erschwert das Lernen von abstraktem und deduktivem Denken. Außerdem ist bei der Abschlussprüfung der ausgiebige Gebrauch von grafischen Taschenrechnern und Formelkarten vorgesehen. Abstraktion steht im niederländischen Mathematikunterricht nicht mehr zentral. Ein Winkel von 90 Grad wird zum Beispiel eingeführt und erklärt mit einem Foto.



Im Unterrichtsmaterial fehlt der Übergang von der Realität zum Ikon (wo die Ecke zu erkennen ist) oder ein Symbol \perp (ohne Bedeutung). Die Stufen Foto – Ikon – Symbol werden im Abstraktionsprozess übersprungen.



Die im Vortrag vorgestellte Fallstudie spitzt sich zu auf die professionelle Entwicklung von Lehrern durch Aktionsforschung im eigenen Mathematikunterricht. Ein Mathematiklehrer untersucht den Gebrauch paradigmatischer Beispiele im Abstraktionsprozess. Er führt zum Beispiel den Begriff *parallel* mit Hilfe von Eisenbahnschienen ein. Die Eisenbahnschienen funktionieren dann als ein mathematisches Denkmodell, vergleichbar mit dem Urnenmodell in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Ist Aktionsforschung ein Mittel zur Professionalisierung?

Die Frage ist, ob der Mathematiklehrer fähig ist, die Abstraktionsentwicklung seiner Schüler durch den Gebrauch von paradigmatischen Beispielen zu stimulieren? Literatur zur Aktionsforschung verweist auf drei Forschungsaspekte: (i) ideologisch (Theorie), (ii) empirisch (Praktische Erfahrungen der Lehrer) und (iii) technologisch (Hilfsmittel). Die Forschungs-

methode umfasst vier Zykli, von denen jeder ein Halbjahr dauert: eine Literaturstudie, zwei Experimente (anhand der Begriffe *gebrochen rationale Funktion* und *Vektor*), und eine abschließende Evaluation.

- (i) Die Theorie basiert im Kern auf Freudenthal (1978), Van Hiele (1973) und Tall (2004). Freudenthal machte einen Unterschied zwischen *Apprehension* (aufgreifen) und *Comprehension* (zusammenfügen) um Abstraktion zu erreichen. Diese Fallstudie fokussiert auf den Prozess der Apprehension anhand eines paradigmatischen (konkreten, stilisierten) Beispiels: in diesem Fall die Funktionsvorschriften, gegeben durch $x/x = x/1$ und $1/x$, die besonders in Hinblick auf Nullpunkte, Asymptoten und Definitionslücke paradigmatisch sein könnten.

Van Hiele beschrieb in der Geometrie drei Denkniveaus: visuell – beschreibend – deduktiv. Tall beschrieb daneben (nicht in der Geometrie, aber vergleichbar) drei Niveaus: konzeptuell-verkörpernt, prozeptuell-symbolisch, und formell-axiomatisch. Die Entwicklung findet statt durch empirische oder aber reflektive Abstraktion.

- (ii) Das Handeln des Lehrers verlief in Phasen: eine Bewusstwerdungsphase (Theorie aneignen), eine Entwurfsphase (Material revidieren), eine Ausführungsphase (Material erneut implementieren) und eine Evaluationsphase.
- (iii) Das Unterrichtsmaterial befasste sich mit der Betrachtung verschiedener Funktionen in Hinblick auf Nullpunkte, Asymptoten und Definitionslücke.

Die Forschungsinstrumente waren: ein Logbuch des Lehrers, Beobachtungen durch Außenstehende, ein Prätest und ein Posttest.

Die vorläufige Schlussfolgerung der Untersuchung ist, dass das Verarbeiten der Theorie in der Praxis stattfindet. Die Wirklichkeit der Schulpraxis war wie immer sehr komplex und der Beruf erfordert mehr als theoretisches Wissen (ideologisch). Der Lehrer bekam viel unerwartete Fragen von Schülern. Er hat gelernt sein Material zu revidieren (empirisch). Die Versuchsgruppe war schneller (hat dadurch weniger Zeit). Die Resultate waren vergleichbar (technologisch).

Die entscheidende Frage lautet: Waren diese Beispiele tatsächlich paradigmatisch oder eher Standardbeispiele ohne paradigmatische Eigenschaften?

Die bisherigen Forschungsergebnisse legen nahe, dass neue Forschungsinstrumente entworfen werden sollten.

Literatur

- [1] H. Freudenthal: *Weeding and sowing*. Preface to a Science of Mathematical Education. Reidel, Dordrecht 1978.
- [2] D.O. Tall: *Thinking through Three Worlds of Mathematics*. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway 2004.
- [3] P.M. van Hiele: *Begrip en inzicht*. Muusses, Purmerend 1973.